



مسابقات ریاضی هشتم

(دوم دبیرستان - متوسطه‌ی ۱)

تیزهوشان

از مجموعه‌ی «مرشد»

- بیش از ۲۸۰۰ سؤال چهارگزینه‌ای (شامل: سوالات کنکورهای سراسری و آزاد، آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و ممتاز تهران و مراکز استان‌های کشور، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و ...)
- بیش از ۴۴۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی دوم دبیرستان که دانش‌آموزان علاقه‌مند باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی کلیدی

ویژه‌ی دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات ریاضی و آزمون‌های ورودی مدارس ممتاز کشور.

وحید اسدی‌کیا

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

مقدمه:

در سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲، کتاب «مسابقات ریاضی هفتم (اول دبیرستان - دوره‌ی متوسطه)» منتشر و مورد استقبال دانش‌آموزان، خانواده‌ها و دبیران محترم قرار گرفت.

اکنون بسیار خرسندیم که کتاب «مسابقات ریاضی هشتم» را با همان سبک و سیاق به عنوان کتاب دیگری از مجموعه‌ی «مرشد» منتشر می‌کنیم. این کتاب که توسط آقای وحید اسدی‌کیا زیر نظر آقای هادی عزیززاده تألیف شده است، دانش‌آموزان کلاس دوم دبیرستان (دوره‌ی اول متوسطه) را برای شرکت در مسابقات ریاضی و امتحانات و آزمون‌های ورودی مدارس خاص آماده می‌کند.

در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و ممتاز استان تهران و مراکز استان‌های کشور
- ۲- مسایل کنکورهای سراسری و آزاد
- ۳- مسابقات علمی کشوری و بین‌مدرسه‌ای
- ۴- المپیادهای ریاضی داخلی و خارجی
- ۵- مسایل مسابقات جهانی کانگورو و آزمون‌های جهانی ریاضی تیمز و IMC، ABC و آزمون‌های GMAT
- ۶- مسایل مسابقات خارجی (کشورهای آمریکا، انگلیس، مجارستان، بلژیک، آفریقای جنوبی و...)
- ۷- مسایل المپیادهای کشوری مبتکران و آزمون‌های نشانه‌ی مبتکران
- ۸- آزمون‌های چهارگزینه‌ای داخلی مدارس تیزهوشان استان تهران و مراکز استان‌های کشور
- ۹- آزمون‌های ورودی روبوکاپ

توجه: بعضی از سؤال‌ها علامت (*) دارند. این سؤالات منتخبی از المپیادهای ریاضی کشور بلژیک است و دارای بیش از یک گزینه‌ی درست می‌باشند.

مسایل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی ریاضی هشتم (دوم دبیرستان دوره‌ی اول متوسطه) طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل

نیستند که با علامت ☒ مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند. (تعداد پاکت‌ها نشان دهنده‌ی تعداد نکته‌های آن سؤال می‌باشد)

لازم به ذکر است کتاب ریاضی مرشد هشتم در دو جلد تألیف شده است:

● جلد اول: شامل سؤالات همراه با پاسخ‌نامه‌ی کلیدی آن‌ها

● جلد دوم: شامل پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سؤالات و نکات مهم مربوط به آن‌ها

امیدواریم این کتاب، مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه‌ی خود می‌دانیم از مؤلف کتاب آقای وحید اسدی‌کیا و دبیر مجموعه‌ی مرشد آقای هادی عزیززاده و از آقایان ناصر کاهه و اباصلت نوراللهی که بنا به گزارش مؤلف با وی همکاری علمی داشته‌اند و بخش‌هایی از کتاب را ویرایش کرده‌اند، تشکر کنیم. هم‌چنین از خانم‌ها لیلی بشیری (حروف‌چینی) و فرزانه فتاحی که زحمت حروف‌چینی و صفحه‌آرایی کتاب را برعهده داشتند و خانم رضیه صفریان و سمانه ایمان‌فرد که ترسیم شکل‌ها را انجام دادند و هم‌چنین از خانم مینا هرمزی که طراحی جلد کتاب را انجام دادند بسیار ممنونیم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت داریم.

انتشارات مبتکران



فهرست مطالب

فصل ۱: عددهای صحیح و گویا ۷
پاسخ نامه کلیدی ۳۶



فصل ۲: حساب اعداد طبیعی ۳۹
پاسخ نامه کلیدی ۷۹



فصل ۳: چندضلعی‌ها ۸۳
پاسخ نامه کلیدی ۱۲۳



فصل ۴: جبر و معادله
قسمت اول: عبارتهای جبری ۱۲۵
پاسخ نامه کلیدی ۱۶۱
قسمت دوم: معادله ۱۶۴
پاسخ نامه کلیدی ۱۹۳



فصل ۵: بردار و مختصات ۱۹۵
پاسخ نامه کلیدی ۲۲۱



فصل ۶: مثلث ۲۲۳
پاسخ نامه کلیدی ۲۷۸



فصل ۷: توان و جذر
قسمت اول: توان ۲۸۱
پاسخ نامه کلیدی ۳۱۸
قسمت دوم: جذر ۳۲۲
پاسخ نامه کلیدی ۳۴۵

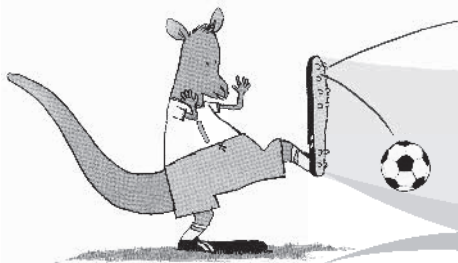


فصل ۸: آمار و احتمال ۳۴۷
پاسخ نامه کلیدی ۳۸۹



فصل ۹: دایره ۳۹۱
پاسخ نامه کلیدی ۴۳۵





عددهای صحیح و گویا

فصل ۱

بخش ۱: عددهای صحیح

شناخت اعداد صحیح

۱. کدام دسته از اعداد زیر، «عدد صحیح» نیستند؟

(آزمون ورودی)

- الف) صفر، $-\frac{18}{3}$ و $+\frac{7}{1}$ ب) -22 ، $-\sqrt{4}$ و $-\frac{12}{+4}$
- ج) $-1\frac{8}{4}$ ، $-\frac{1}{1}$ و ۲۰۰ درصد د) $-1\frac{1}{5}$ ، $+\sqrt{8}$ و $-\frac{2}{0}$

۲. کدام یک از کسره‌های زیر با یک عدد صحیح برابر نیست؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) $\frac{872}{2}$ ب) $\frac{217}{7}$ ج) $\frac{629}{5}$ د) $\frac{450}{25}$ ه) $\frac{620}{20}$

۳. کوچک‌ترین مقدار صحیح x به طوری که مقدار $\frac{15}{x-1}$ یک عدد صحیح شود، برابر است با:

(المپیاد ریاضی)

- الف) -29 ب) -14 ج) -4 د) 0 ه) 2

۴. به ازای چه تعداد عدد صحیح m ، حاصل $\frac{m^2 + 1390}{m}$ عددی صحیح است؟ ($m \neq 0$)

(تیزهوشان)

- الف) ۱۶ ب) ۱۴ ج) ۸ د) ۱۸

۵. نصف عددی از خودش بزرگ‌تر است. در این صورت این عدد حتماً است.

(مسابقات ریاضی)

- الف) صفر ب) منفی ج) نامنفی د) مثبت

۶. کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از -91 که بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام عدد است؟

(آزمون ورودی)

- الف) -92 ب) -93 ج) -90 د) -87

۷. کدام دسته از اعداد زیر نامنفی هستند؟

(مسابقات علمی)

- الف) $+2$ ، 0 ، -2 ب) 0 ، $+57$ ، -1 ج) -1 ، -2 ، -3 د) 0 ، 1 ، 2

۸. بین -14 و $+4$ ، چند عدد صحیح نامثبت وجود دارد؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) ۱۴ تا ب) ۱۵ تا ج) ۱۶ تا د) ۱۳ تا



۹. بین اعداد صحیح -۱۶۳ و $+۲۰۷$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

(آزمون ورودی)

الف) ۳۷۱ (ب) ۳۷۰ (ج) ۳۶۹ (د) ۳۶۸

۱۰. از عدد $+۳۹$ تا عدد -۱۰۲ چند عدد صحیح زوج وجود دارد؟

(آزمون ورودی)

الف) ۶۹ تا (ب) ۷۰ تا (ج) ۷۱ تا (د) ۷۲ تا

۱۱. روی محور اعداد صحیح، چند عدد وجود دارد که فاصله‌ی هریک از این اعداد از عدد -۷ دو برابر فاصله‌ی آن از عدد

(آزمون ورودی)

$+۲$ است؟

الف) بی‌شمار (ب) هیچ (ج) یکی (د) ۲ تا

۱۲. فاصله‌ی کدام عدد زیر از عدد -۳۰ ، ثلث فاصله‌ی آن از عدد $+۳۰$ است؟

(آزمون ورودی)

الف) -۱۵ (ب) -۴۵ (ج) -۶۰ (د) گزینه‌ی الف و ج

«قرینه‌ی اعداد صحیح»

۱۳. قرینه‌ی هر عدد صحیح نامنفی از خودش

(مسابقات ریاضی)

الف) بزرگ‌تر است. (ب) کوچک‌تر است.

ج) شاید بزرگ‌تر و شاید کوچک‌تر باشد. (د) هیچ‌کدام

۱۴. حاصل ضرب هر عدد صحیح در قرینه‌ی آن

(المپیاد ریاضی)

الف) ممکن است مثبت باشد. (ب) همیشه یک است.

ج) همیشه منفی است. (د) همیشه صفر است.

ه) ممکن است صفر یا عددی منفی باشد.

۱۵. عدد $+۷$ را ۱۳۹۲ بار قرینه کردیم. حاصل کدام گزینه است؟

(آزمون ورودی)

الف) $+۷$ (ب) -۷ (ج) صفر (د) قابل محاسبه نیست.

۱۶. حاصل عبارت $(-۲-۳)\dots(-+(-+(-\dots(-۲-۳)\dots))$ کدام است؟

(آزمون ورودی)

تعداد علامت‌ها ۱۳۹۰ تا

الف) $+۱$ (ب) -۵ (ج) $+۵$ (د) صفر

۱۷. اگر قرینه‌ی عدد $+۵$ را با قرینه‌ی عدد $+۴$ نسبت به عدد $+۹$ جمع کنیم، چه عددی به دست می‌آید؟

(مسابقات علمی)

الف) $+۹$ (ب) -۹ (ج) $+۱۴$ (د) -۱۴

۱۸. قرینه‌ی عدد $+۵$ را نسبت به قرینه‌ی قرینه‌ی -۱ ، p و قرینه‌ی p را نسبت به قرینه‌ی خودش، q می‌نامیم. فاصله‌ی p و q

(المپیاد ریاضی)

چند واحد است؟

الف) ۱۲ واحد (ب) ۱۸ واحد (ج) ۲۸ واحد (د) ۳۰ واحد

۱۹. اگر قرینه‌ی a ، عدد $-b$ و قرینه‌ی $-b$ ، عدد c باشد، آن‌گاه قرینه‌ی قرینه‌ی عدد b کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

الف) a (ب) b (ج) c (د) هر سه مورد



«علامت اعداد صحیح»

۲۰. حاصل ضرب سه عدد صحیح، منفی است. اگر حاصل جمع حاصل ضرب دو به دوی آنها منفی باشد، از این سه عدد، چند

عدد مثبت و چند عدد منفی است؟ (آزمون ورودی)

الف) هر سه عدد منفی هستند. (ب) دو عدد مثبت و یک عدد منفی است.

ج) دو عدد منفی و یک عدد مثبت است. (د) نمی‌توان مشخص کرد.

۲۱. ۱۰ علامت مثبت داریم و ۱۵ علامت منفی، در هر مرحله ۲ علامت را حذف می‌کنیم و به جای آن یک علامت را قرار

می‌دهیم. اگر علامت‌های حذف شده یکسان بودند، مثبت و اگر غیر یکسان بودند منفی می‌گذاریم. در این مسیر کدام حالت

ممکن است اتفاق بیفتد؟ (المپیاد ریاضی)

الف) بعد از ۲۰ مرحله تعداد علامت‌های منفی باقی‌مانده ۲ تا است.

ب) بعد از ۲۱ مرحله تعداد علامت‌های مثبت باقی‌مانده ۲ تا است.

ج) بعد از ۲۲ مرحله تعداد علامت‌های منفی ۳ تا است.

د) بعد از ۲۴ مرحله تعداد علامت‌های مثبت یکی است.

ه) همهی حالات ذکر شده ممکن است.

۲۲. اگر $a < 0$ و $b < a$ باشد، کدام رابطه درست است؟ (آزمون ورودی + مسابقات ریاضی)

الف) $\frac{a}{b} < 0$ (ب) $ab > 0$ (ج) $a + b > 0$ (د) $a - b < 0$

۲۳. اگر m و n اعدادی صحیح باشند و بدانیم m عددی منفی و $m + n > 0$ شده است، کدام یک از رابطه‌های زیر حتماً

درست است؟ (مسابقات ریاضی)

الف) $2m + n < 0$ (ب) $2m + n > 0$ (ج) $2n > 0$ (د) $m - n > 0$

«بردارهای (فلش‌های) اعداد صحیح»

۲۴. ابتدا و انتهای برداری به هم رسیده‌اند. طول این بردار است. (مسابقات علمی)

الف) چنین چیزی غیرممکن است. (ب) صفر

ج) -۱ (د) +۱

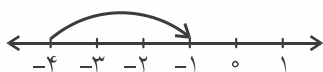
۲۵. از نقطه‌ی +۴ روی محور اعداد صحیح، به نقطه‌ی -۳ حرکت کردیم. نمایش این حرکت با عدد صحیح کدام است؟ (آزمون ورودی)

الف) +۷ (ب) -۷ (ج) +۱ (د) -۱

۲۶. کدام عبارت زیر تفریق متناظر با بردار زیر را به درستی نوشته است؟ (آزمون ورودی)

الف) $(-۳) - (+۳) = -۴$ (ب) $(-۳) - (-۴) = -۱$

ج) $(-۳) - (-۱) = -۴$ (د) گزینه‌های «الف» و «ج»



۲۷. طول برداری که ابتدای آن بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از ۱۲- و انتهای آن کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از ۷+ است، چه قدر است؟

(مسابقات ریاضی)

- الف) ۱۹- ب) ۱۹+ ج) ۲۱- د) ۲۱+

۲۸. انتهای برداری به طول ۳-، نقطه‌ی ۲+ است. ابتدای آن کدام نقطه است؟

(المپیاد ریاضی)

- الف) ۵+ ب) ۵- ج) ۱- د) ۱+

۲۹. اگر بردار ۳- انتها در ۵- را رسم کنیم، تفریق متناظر با آن کدام است؟

(مسابقات علمی)

- الف) $2 = (-5) - (-3)$ ب) $2 = (-3) - (-5)$
ج) $-5 = (-3) - (-2)$ د) $-2 = (-3) - (-5)$

۳۰. بردار ۳- را ابتدا از چه نقطه‌ای رسم کنیم تا انتهای بردار، ۱۰+ شود؟

(آزمون ورودی)

- الف) ۱۳+ ب) ۱۳- ج) ۷+ د) ۷-

۳۱. طول برداری که از ۳+ شروع شده باشد و نقطه‌ی ۵- وسط آن باشد، کدام است؟

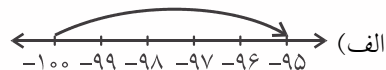
(آزمون ورودی)

- الف) ۸+ ب) ۸- ج) ۱۶+ د) ۱۶-

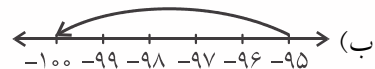
۳۲. در کدام گزینه، جمع یا تفریق متناظر، به درستی نوشته شده است؟

(آزمون ورودی)

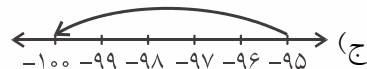
$(-100) + (+5) = (-95)$



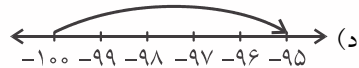
$(-95) - (-5) = (-100)$



$(-95) + (+5) = (-100)$

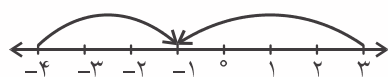


$(-100) + (-5) = (-95)$



(مسابقات علمی)

۳۳. کدام عبارت برای بردارهای زیر درست است؟



الف) $(-3) + (+4) = (+4) + (-3)$ ب) $(-3) + (+4) = (+4) + (-3)$

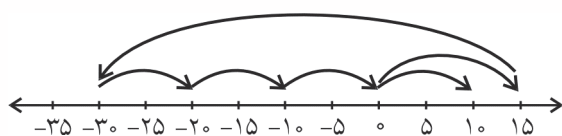
الف) $(-3) + (-7) = (-4)$

ب) $(-4) + (+3) = (+3) + (-4)$ ج) $(-4) + (+7) = (+3)$

ج) $(-4) + (+7) = (+3)$

(آزمون ورودی)

۳۴. عبارت متناظر با شکل زیر در کدام گزینه آمده است؟



الف) $(+15) - (-45) + 4 \times (+5) = +10$

ب) $(+15) + (-45) + 4 \times (+5) = +10$

ج) $(+15) + (-45) - 4 \times (+10) = +10$

د) $(+15) + (-45) + 4 \times (+10) = +10$



«مجموع اعداد صحیح»

۳۵. مجموع اعداد صحیح از $+1393$ تا -2014 برابر است با: (آزمون ورودی)

الف) -1058266 (ب) 1058266 (ج) $+1058184$ (د) -1058266

۳۶. مجموع اولین صد عدد مثبت زوج را منهای مجموع اولین صد عدد مثبت فرد کرده‌ایم. در این صورت حاصل کدام

گزینه است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۰ (ب) ۵۰ (ج) ۱۰۰ (د) 10100 (ه) 15150

۳۷. هفت عدد صحیح متوالی را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست پشت سر هم نوشتیم. اگر مجموع سه تا از آنها از

سمت چپ، ۶- شود، مجموع سه عدد آخر چه قدر است؟ (آزمون ورودی)

الف) $+6$ (ب) $+12$ (ج) -12 (د) نمی‌توان مشخص کرد.

۳۸. ذره‌ای روی محور اعداد صحیح شروع به حرکت می‌کند. در دقیقه اول، یک واحد به راست و در دقیقه دوم، دو واحد

به چپ و در دقیقه سوم، ۳ واحد به راست و ... حرکت می‌کند. این ذره پس از یک ساعت و نیم از شروع حرکت روی

عدد -100 قرار می‌گیرد. نقطه‌ی شروع حرکت این ذره کدام عدد بوده است؟ (مسابقات ریاضی)

الف) -45 (ب) $+45$ (ج) $+55$ (د) -55

۳۹. دمای جسمی سه بار تغییر کرد، به طوری که هر بار سه برابر دفعه‌ی قبل، سرد شد. دمای جسم در نهایت به 6 درجه زیر

صفر رسید. دمای اولیه‌ی جسم کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ اعداد، صحیح می‌باشند. (مسابقات ریاضی)

الف) $+7$ (ب) $+20$ (ج) $+33$ (د) $+47$ (ه) $+124$

۴۰. از نقطه‌ی $+100$ ، 70 بار و هر بار به مقدار مساوی روی محور اعداد صحیح حرکت کردیم تا به نقطه‌ی -110 رسیدیم. هر

بار چه مقدار حرکت کردیم؟ (آزمون ورودی + المپیاد ریاضی)

الف) -2 (ب) -3 (ج) -5 (د) $+5$

۴۱. اگر مجموع قرینه‌ی اعداد 1 تا n را با قرینه‌ی عدد m که یک عدد صحیح بین 1 تا n است جمع کنیم، حاصل آن برابر

-1000 خواهد شد. در این صورت حاصل ضرب mn کدام است؟ (برگرفته از تیزهوشان)

الف) 144 (ب) 200 (ج) 440 (د) 450

«بیشترین و کمترین، حداقل و حداکثر»

۴۲. بیشترین حاصل عبارت $9 - 3 \square - 6 \square - 5 \square$ چه قدر می‌تواند باشد، اگر داخل مربع‌ها از اعمال ریاضی استفاده شود؟

الف) 120 (ب) -120 (ج) 99 (د) 81 (برگرفته از آزمون جهانی تیمز)

۴۳. می‌خواهیم در ردیف اعداد $1 \square 9 \square 8 \square 7 \square 5 \square 4 \square A$ ، علامت جمع و 3 علامت ضرب قرار دهیم به طوری که مقدار

A ، حداقل مقدار ممکن شود. این حداقل چه قدر است؟ (آزمون ورودی)

الف) 87 (ب) 75 (ج) 63 (د) 61



۴۴. x یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت بزرگ‌ترین مقدار را دارد؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) $x+1$ (ب) $2x$ (ج) $-2x$ (د) $6x+2$ (ه) $x-2$

۴۵. دو عدد صحیح سه رقمی را با هم جمع کردیم. حاصل برابر صفر شد. این دو عدد حداکثر چند واحد با هم اختلاف دارند؟

- الف) ۲۰۰۰ (ب) ۱۹۹۶ (ج) ۱۹۹۷ (د) ۱۹۹۸ (ه) ۱۹۹۹ (مسابقات ریاضی)

۴۶. اختلاف دو عدد صحیح، ۳+ شده است. اگر یکی از آن‌ها یک رقمی و دیگری دو رقمی باشد، کم‌ترین حاصل ضرب آن‌ها

کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟ (المپیاد ریاضی)

- الف) صفر (ب) ۸۸+ (ج) ۸۸- (د) ۷۰+

۴۷. حاصل جمع دوازده عدد صحیح متوالی، ۶ شده است. کوچک‌ترین این اعداد، کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

- الف) ۶ (ب) ۶- (ج) ۵+ (د) ۵-

۴۸. مجموع دو عدد صحیح یک رقمی، ۶- شده است. بیش‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام گزینه‌ی زیر است؟ (مسابقات ریاضی)

- الف) ۹- (ب) ۱۶+ (ج) ۹+ (د) ۲۷-

۴۹. دو عدد صحیح را با هم جمع کردیم، حاصل ۳- شد. بیش‌ترین حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟ (مسابقات ریاضی)

- الف) ۹+ (ب) ۶+ (ج) ۲+ (د) غیرقابل محاسبه است.

«مجهول یابی»

۵۰. در تساوی مقابل مقدار x چند است؟ $\frac{(-25) \times (-150)}{(+6) \times (-75)} = \frac{x}{(-2) - (-14)}$ (مسابقات ریاضی)

- الف) ۵۰- (ب) ۱۰۰- (ج) ۲۵+ (د) ۵۰+ (ه) ۱۰۰+

۵۱. مقدار x در تساوی $\frac{1-2-5}{x} = \frac{-8-7+3}{6-5+3}$ کدام است؟ (آزمون ورودی)

- الف) ۲- (ب) ۲+ (ج) ۸- (د) ۸+

۵۲. اگر x ، عددی صحیح و $4 < x+2 < 3-$ باشد، به جای x کدام دسته از اعداد زیر می‌توانند قرار گیرند؟ (آزمون ورودی)

- الف) ۱، ۰، ۱-، ۲-، ۳-، ۴- (ب) ۲، ۱، ۰، ۱-، ۲-، ۳-، ۴-، ۵-

- ج) ۰، ۱-، ۲-، ۳-، ۴-، ۵- (د) ۲، ۱، ۰، ۱-، ۲-، ۳-، ۴-

«به دست آوردن حاصل عبارات اعداد صحیح»

۵۳. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟ $20 - 4(-7 + 24 \div 8 \times 3 - 2^2) = ?$ (تیزهوشان)

- الف) ۲۸ (ب) ۳۲- (ج) ۱۶۰- (د) ۱۵

۵۴. حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $5 - 4[3 - 2(1 - 2)^4 + 3]4 - 5 = ?$ (تیزهوشان)

- الف) ۴- (ب) ۶۴- (ج) ۱۲۸- (د) ۳۲



(تیزهوشان)

۵۵. حاصل عبارت $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2013} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$ برابر است با:

- الف) ۶ (ب) ۶۱ (ج) ۵۶ (د) -۴

(آزمون ورودی)

۵۶. ساده‌شده‌ی عبارت $A = 6 - 6 \left[-2^2 \times 2 \frac{1}{3} - 4 \left(\frac{1}{2} \right)^3 - (-3)^2 \right]$ برابر است با:

- الف) صفر (ب) ۱۱۰ (ج) ۱۱۸ (د) ۱۱۹

(آزمون ورودی)

۵۷. مقدار عبارت $A = \{-[-(-6 + 2 \times 3 - 2)] \times 2 - 3 \times [-(-6 \div 2 \times 3 + 2)] - 2\}$ کدام گزینه است؟

- الف) -۲۷ (ب) ۲۷ (ج) -۱۸ (د) ۱۸

(مسابقات ریاضی)

۵۸. حاصل عبارت $(-1 + 2(-1 + 2(-1 + 2(-1 + 2))) - 1 + 2)$ کدام است؟

- الف) صفر (ب) ۲ (ج) -۲ (د) ۱ (ه) -۱

(تیزهوشان)

۵۹. حاصل عبارت $-(-1) + (2 - (-1)) \times 3 - (-4) \times 1 - 5$ کدام است؟

- الف) ۲۳ (ب) ۱۱ (ج) ۱۰ (د) ۹

(مسابقات علمی)

۶۰. حاصل عبارت $5 - 3(-7 + 2(-2 + 3) + 7) - 5 + 3(9 - 4(4 - 5)) - 9$ کدام است؟

- الف) -۱۸ (ب) -۱۲ (ج) ۶ (د) -۱۵

(المپیاد ریاضی)

۶۱. حاصل عبارت $\frac{-7 - 4[(-3) + 3(-6)] + 3[-6 + 13 + 9]}{-[7 + 3(-2 - (-6) - 15) + 3(-8 - 9)]}$ برابر است با:

- الف) $-\frac{125}{77}$ (ب) $\frac{125}{77}$ (ج) $-\frac{77}{125}$ (د) $\frac{77}{125}$

۶۲. عمل # به این صورت تعریف می‌شود: $\alpha \# \beta = \alpha^2 - 2\beta$. بر این اساس حاصل $[(3 \# 2) \# (-1)] \# [(-1) \# (3 \# 2)]$ برابر است با:

- الف) ۵ (ب) ۷۲۹ (ج) ۷۱۱ (د) ۷۴۷ (آزمون ورودی)

(تیزهوشان)

۶۳. حاصل عبارت $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{99}$ کدام گزینه است؟

- الف) ۱ (ب) -۱ (ج) ۹۹ (د) صفر

(آزمون ورودی)

۶۴. اگر $A = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 999 - 1000$ باشد، مقدار A کدام است؟

- الف) -۵۰۰ (ب) ۵۰۰ (ج) صفر (د) -۹۹۹۰

(تیزهوشان)

۶۵. حاصل عبارت $1 - 8 + 3 - 10 + 5 - 12 + \dots + 401 - 408$ کدام است؟

- الف) ۱۴۰۷ (ب) -۱۴۰۷ (ج) ۱۰۰۰ (د) -۱۰۰۰

(المپیاد ریاضی)

۶۶. اگر $A = 1 - 2 - 4 + 5 + 7 - 8 - 10 + 11 + 13 - \dots + 1393$ باشد، آن گاه A:

الف) کوچک‌تر از -۱ است. (ب) برابر -۱ است.

ج) برابر ۰ است. (د) برابر ۱ است.

ه) بزرگ‌تر از ۱ است.



۶۷. مقدار عبارت $۱+۲-۳-۴+۵+۶-۷-۸+\dots+۲۰۱۰-۲۰۱۱-۲۰۱۲+۲۰۱۳$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲۰۱۳ (د) ۲۰۱۴ (ه) -۱

۶۸. \boxed{n} ، برابر حاصل جمع رقم‌های n است مثلاً $\boxed{۱۳۷}$ برابر است با ۱۱. حاصل عبارت زیر کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

$$\boxed{۱} - \boxed{۲} + \boxed{۳} - \boxed{۴} + \dots + \boxed{۱۳۹۱} - \boxed{۱۳۹۲} + \boxed{۱۳۹۳}$$

- الف) ۲۲ (ب) ۲۳ (ج) ۶۹۷ (د) ۷۰۴ (ه) ۷۱۲

۶۹. حاصل عبارت $(-۲۰) - (-۲۱) - (-۲۲) - (-۲۳) - (-۲۴) - \dots - (-۱)$ برابر است با: (تیزهوشان)

- الف) ۲۰۸ (ب) -۲۱۰ (ج) ۱۰ (د) -۲۰۶

۷۰. حاصل عبارت: $(۱۱+۱۳+۱۵+\dots+۱۰۱) - (۱۲+۱۴+۱۶+\dots+۱۰۲)$ کدام است؟ (تیزهوشان)

- الف) -۴۶ (ب) -۹۰ (ج) -۱۳۵ (د) -۴۵

۷۱. اگر $A = ۱+۲+۳+\dots+۱۰۰$ و $B = -۱-۲-۳-\dots-۱۰۰$ باشد، در این صورت حاصل $A + ۲B$ در کدام گزینه‌ی زیر

(مسابقات علمی)

آمده است؟

- الف) +۵۰۵۰ (ب) -۵۰۵۰ (ج) -۱۰۱۰۰ (د) صفر

۷۲. حاصل عبارت $(۱-۲) - (۳-۴) - (۵-۶) - \dots - (۹۹-۱۰۰)$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) صفر (ب) -۵۰ (ج) +۵۰ (د) -۴۸ (ه) +۴۸

۷۳. حاصل عبارت $A = ۱۷ - (۱۶ - (۱۵ - (۱۴ - (۱۳ - ۲۰) - ۲۱) - ۲۲) - ۲۳) - ۲۴$ کدام است؟ (تیزهوشان)

- الف) +۱۴ (ب) -۱۴ (ج) +۷ (د) -۷

۷۴. حاصل عبارت $۱ - (۲ - (۳ - (\dots - (۹۹ - ۱۰۰) \dots)))$ کدام گزینه است؟ (آزمون ورودی)

- الف) صفر (ب) -۵۰ (ج) +۵۰ (د) -۱۰۰

۷۵. مقدار عددی $۱ - (۲ - (۳ - (\dots - (۱۰۰) \dots)))$ برابر است با: (المپیاد ریاضی)

- الف) -۵۰ (ب) ۵۰ (ج) -۱۰۰ (د) ۱۰۰ (ه) ۹۹

۷۶. مقدار عبارت زیر کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

$$(۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \dots + ۲۰۰۵^۲) - (۱ \times ۳ + ۲ \times ۴ + ۳ \times ۵ + \dots + ۲۰۰۴ \times ۲۰۰۶)$$

- الف) ۲۰۰۰ (ب) ۲۰۰۴ (ج) ۲۰۰۵ (د) ۲۰۰۶ (ه) ۰



«سؤالات میانگین اعداد صحیح»

۷۷. سه عدد صحیح داریم که مجموع اولی و دومی، ۳۱- و مجموع دومی و سومی، ۵۶- و مجموع اولی و سومی، ۵۱- است. میانگین سه عدد کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۲۷- ب) ۲۵- ج) ۲۳- د) ۱۹-

۷۸. میانگین دو عدد صحیح، ۳+ و اختلاف آن‌ها ۲۲+ است. اختلاف عدد کوچک‌تر با عدد صحیح ۱۰-، چند واحد است؟ (آزمون ورودی)

الف) ۱ واحد ب) ۲ واحد ج) ۳ واحد د) ۴ واحد

۷۹. چهار شهر داریم که دمای دو تا از آن‌ها قرینه‌ی یکدیگرند و دمای دو شهر دیگر نیز با هم قرینه‌اند. میانگین دمای این چهار شهر چند درجه است؟ (مسابقات علمی + آزمون ورودی)

الف) صفر ب) ۴- ج) ۴+ د) ۱-

۸۰. دمای هوای دو شهر A و B، قرینه‌ی یکدیگرند و دمای شهر C، ۶ درجه زیر صفر است. قرینه‌ی میانگین دمای این سه شهر کدام است؟ (المپیاد ریاضی + آزمون ورودی)

الف) ۲- ب) صفر ج) ۶- د) ۲+

۸۱. میانگین ۳ عدد صحیح ۱- می‌باشد. اگر کوچک‌ترین عدد ۷- و یکی از اعداد ۲ واحد بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد باشد، بزرگ‌ترین عدد چه قدر بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۱۸+ ب) ۱۶+ ج) ۱۲+ د) ۱۰+

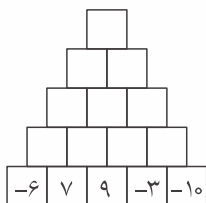
۸۲. ☒ به اعداد ۷-، ۳+ و ۱- و ۱۷+ چه عددی را اضافه کنیم تا میانگین تغییر نکند؟ (آزمون ورودی)

الف) ۱۵+ ب) ۳+ ج) ۱۲+ د) صفر

۸۳. میانگین پنج عدد صحیح، ۴- شده است. چه عددی به آن‌ها بیافزاییم تا میانگین، ۵ واحد بیش‌تر شود؟ (آزمون ورودی)

الف) ۲۶- ب) ۲۶+ ج) ۲۰- د) ۶+

«اعداد صحیح و جدول‌ها»



۸۴. در شکل مقابل هر مربع خالی تفاضل دو عدد زیر آن است. یعنی عدد سمت چپ منهای عدد سمت راست. در رأس جدول چه عددی قرار می‌گیرد؟ (آزمون ورودی)

الف) ۴۲ ب) ۳۸- ج) ۴۲- د) ۲۴-

۸۵. ☒ نه عدد فرد متوالی که کوچک‌ترین آن‌ها ۳- است، در یک جدول 3×3 نوشته شده‌اند، به طوری که مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرهای برابرند. عدد وسطی جدول کدام است؟

الف) ۵ ب) ۳ ج) ۷ د) ۱-



۸۶ در خانه‌های سیاه یک صفحه‌ی شطرنجی 8×8 اعداد $(-2, -3, -4, -5, \dots)$ و در خانه‌های سفید آن، اعداد $(4, 5, 6, 7, \dots)$ را قرار می‌دهیم. در این صورت حاصل جمع ۶۴ عدد گفته شده چند است؟

- (الف) ۱۲۸ (ب) ۶۴ (ج) ۶۲ (د) ۶۹

۲	-۱	۳
۵	۰	-۲
-۴	۱	-۱

(۱)

۱	-۳	۲
۳	x	-۴
-۵	-۱	-۲

(۲)

۸۷ جدول (۱) را در نظر بگیرید. هر بار می‌توان یک مربع 2×2 از آن را انتخاب کرد و یک واحد از اعداد درون خانه‌های آن کم کرد. پس از چندین مرحله به جدول (۲) می‌رسیم. در این صورت مقدار x کدام است؟

- (الف) -۳ (ب) ۲ (ج) ۵ (د) -۴

۸۸ جدول اعداد مقابل را در نظر بگیرید:

حاصل جمع کلیه‌ی سطرها از سطر اول تا سطر 1379 (با خود سطر 1379) برابر است با:

- (الف) ۶۹۰ (ب) ۱ (ج) ۰ (د) 1379 (ه) ۶۸۹

۱
۱ -۱
۱ -۱ ۱
۱ -۱ ۱ -۱
۱ -۱ ۱ -۱ ۱
⋮

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

۸۹ در هر مرحله ۴ خانه از جدول روبه‌رو انتخاب می‌کنیم به طوری که از هیچ سطر یا ستونی ۲ خانه انتخاب نشده باشد. عددهای هر ۴ خانه را یک واحد اضافه یا از هر یک، یک واحد کم می‌کنیم. با این روش به کدام یک از جدول‌های زیر می‌توان رسید؟

۲۰	۰	۰	۱۳
۰	۱۷	۴	۷
۱۰	۵	۱۰	۱۱
۰	۶	۱۱	۱۳

(ب)

-۲۱	۰	-۶	۳
-۶	۱۰	۲۷	۲۷
۲۰	۷	۷	۴
۲	۲۳	۱۰	۴

(الف)

۱۰	۱۷	۲	۲۱
۱۷	۱۷	۱۴	۲
۳	۱۳	۲۴	۱۰
۲۰	۳	۱۰	۱۷

(د)

۴	۳	۲	۱
۴	۳	۱	۲
۳	۲	۱	۴
۱	۳	۴	۲

(ج)

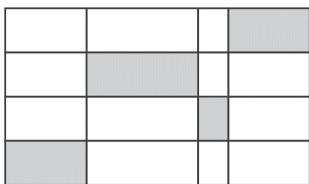
۱۵	۱۷	۳	۱۵
۱۶	۱۳	۱۳	۶
۱۴	۱۳	۱۵	۸
۳	۵	۱۹	۲۱

(ه)



بخش ۲: عددهای گویا

اعداد گویا در تصویر



(آزمون جهانی تیمز)

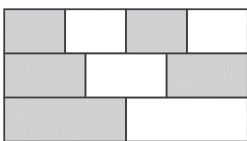
۹۰. چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟

(ب) $\frac{5}{16}$

(الف) $\frac{1}{7}$

(د) $\frac{3}{16}$

(ج) $\frac{1}{4}$



(مسابقات جهانی ریاضی)

۹۱. چه کسری از شکل زیر سایه خورده است؟

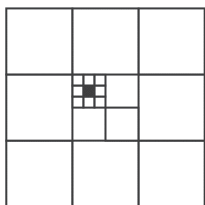
(ج) $\frac{4}{7}$

(ب) $\frac{3}{5}$

(الف) $\frac{2}{3}$

(ه) $\frac{5}{9}$

(د) $\frac{1}{2}$



۹۲. در این شکل، بزرگ‌ترین مربع مساحتش ۱ است. مساحت مربع کوچک سیاه چه قدر است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

سیاه چه قدر است؟

(ج) $\frac{1}{324}$

(ب) $\frac{1}{162}$

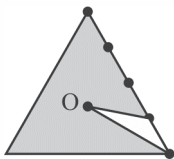
(الف) $\frac{1}{18}$

(ه) $\frac{1}{1000}$

(د) $\frac{1}{108}$

۹۳. چه کسری از مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع زیر سایه خورده است؟

(مسابقات علمی)



(ب) بین $\frac{1}{3}$ تا $\frac{2}{3}$

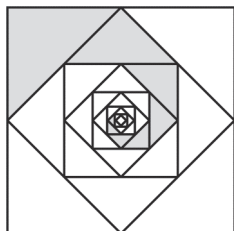
(الف) بین ۰ تا $\frac{1}{3}$

(د) بیش‌تر از $\frac{5}{6}$

(ج) بین $\frac{2}{3}$ تا $\frac{3}{4}$

(المپیاد ریاضی)

۹۴. چه کسری از شکل زیر، رنگی است؟



(ب) $\frac{1}{3}$

(الف) $\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$

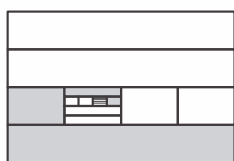
(د) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

(ج) $\frac{1}{4}$

(ه) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

(المپیاد ریاضی)

۹۵. چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟



(ج) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

(ب) $\frac{1}{3}$

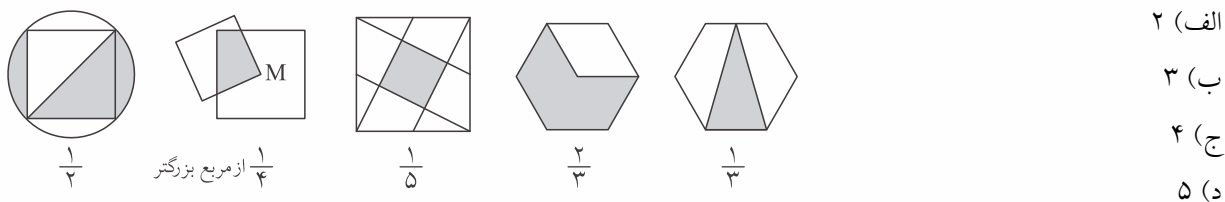
(الف) $\frac{1}{4}$

(ه) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$

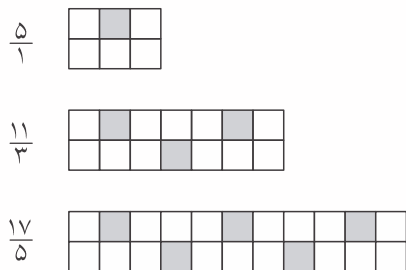
(د) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$



۹۶. در چند تصویر زیر، کسر رنگ شده از کل شکل درست نوشته شده است؟ M مرکز مربع بزرگ است. (آزمون آمادگی تیزهوشان)



- الف) ۲
- ب) ۳
- ج) ۴
- د) ۵



- ۱/۵۰
- ۱۱/۱۰۰
- ۱۷/۱۰۰

۹۷. در شکل های مقابل، الگویی برای کشیدن ماریچ می بینید. عدد کنار هر شکل، بیانگر نسبت سطح سفید به سطح سیاه رنگ در آن شکل است. اگر کشیدن شکل را مطابق الگو ادامه دهیم، نسبت سطح سفید به سطح سیاه در شکل بیستم با کدام عدد زیر برابر است؟ (تیزهوشان)

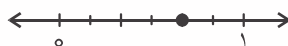
- الف) ۱۲۵/۳۹
- ب) ۱۱۹/۴۱
- ج) ۱۲۵/۴۱
- د) ۱۱۹/۳۹

«اعداد گویا و محور»

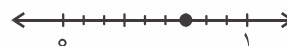
(آزمون ورودی)



ب) کسرهایی که به ترتیب بزرگ می شوند



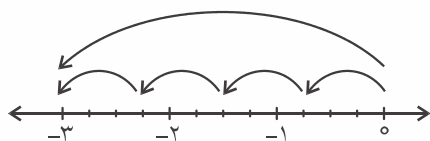
د) کسرهای مساوی



الف) جا به جایی علامت ها

ج) کسرهایی که به ترتیب کوچک می شوند.

۹۹. بردارهای مقابل کدام عبارت را نشان می دهند؟ (آزمون ورودی)

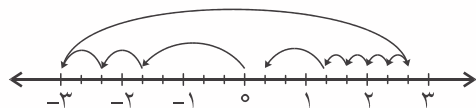


ب) $-\frac{3}{4} = -\frac{6}{8} = -\frac{9}{12} = -\frac{12}{16}$

د) گزینه ی الف و ج

الف) $4 \times (-\frac{3}{4}) = -3$

ج) $-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4}$



۱۰۰. کدام عبارت زیر مربوط به بردارهای رسم شده روی محور مقابل می باشد؟ (آزمون ورودی)

ب) $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} - 4 \times \frac{1}{3} + 1$

الف) $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} - 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} - 1$

د) $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} + 1$

ج) $-1\frac{2}{3} + 2 \times \frac{-2}{3} + 5\frac{2}{3} + 4 \times \frac{-1}{3} - 1$



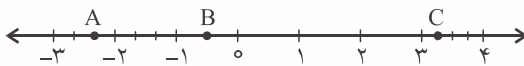
۱۰۱. با توجه به اعداد A، B، C و D بر روی محور مقابل، حاصل

عبارت $25D^2 - 25C^2 + 3A - 2B + 4C^2$ چه قدر می شود؟ (مسابقات ریاضی)

- الف) $-52\frac{1}{2}$
- ب) $-72\frac{1}{2}$
- ج) $+72\frac{1}{2}$
- د) $+52\frac{1}{2}$

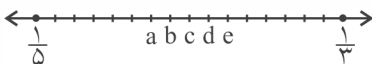


۱۰۲. اعداد A، B و C روی محور زیر مشخص شده است. حاصل کدام عبارت از بقیه بیش تر است؟ (مسابقات ریاضی)



الف) $A \times B \times C$ ب) $A + 2B - C$ ج) $\frac{A+B}{C}$ د) $\frac{2C}{A-B}$

۱۰۳. کسرهای $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ روی محور مشخص شده است. کدام یک از نقاط a، b، c، d یا e نمایشگر کسر $\frac{1}{4}$ است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)



الف) a ب) b ج) c د) d ه) e

۱۰۴. اگر نقطه‌ی A نمایش $\frac{2}{7}$ و نقطه‌ی B نمایش $\frac{2}{3}$ روی محور اعداد زیر باشند و فاصله‌ی این دو عدد روی محور به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده باشد، در این صورت نقطه‌ی C نمایش چه عددی روی محور است؟ (آزمون پیشرفت تحصیلی - سمپاد)



الف) $\frac{38}{105}$ ب) $\frac{17}{35}$ ج) $\frac{26}{35}$ د) $\frac{13}{15}$

۱۰۵. این اعداد از کوچک به بزرگ (از چپ به راست) مرتب شده‌اند: $\frac{1}{4}$; a; b; $\frac{1}{3}$; فاصله‌ی هر دو عدد متوالی یکسان است. مقدار b کدام است؟ (المپیاد ریاضی + تیزهوشان)

الف) $\frac{5}{12}$ ب) $\frac{7}{18}$ ج) $\frac{4}{9}$ د) $\frac{5}{6}$ ه) $\frac{1}{4}$

۱۰۶. چهار کسر a، b، c، $\frac{5}{12}$ داده شده‌اند. دو کسر a و b به فاصله‌های مساوی بین $\frac{5}{12}$ و c قرار دارند. اگر $a+b = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار c کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) $\frac{7}{12}$ ب) $\frac{2}{3}$ ج) $\frac{3}{4}$ د) $\frac{5}{6}$ ه) $\frac{11}{12}$

۱۰۷. اگر ابتدای برداری $2\frac{4}{5}$ و انتهای آن، $4\frac{1}{5}$ باشد، طول این بردار کدام است؟ (آزمون ورودی)

الف) $\frac{7}{4}$ ب) $\frac{7}{3}$ ج) $\frac{7}{2}$ د) $\frac{14}{10}$

شناخت اعداد گویا

۱۰۸. کدام عدد زیر گویا است؟ (آزمون ورودی)

الف) $\sqrt{85}$ ب) $\sqrt{\frac{6}{3}}$ ج) π د) $3,14$

۱۰۹. کدام عدد زیر، گویا نیست؟ (تیزهوشان)

الف) $\sqrt{0,0169}$ ب) $\sqrt{3,1212}$ ج) $-\sqrt{(-4)^2}$ د) $\sqrt{\pi^2}$



(آزمون ورودی)

۱۱۰. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (الف) هر عدد گویا، عددی طبیعی است.
 (ب) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر متعارفی مثبت نوشت.
 (ج) به غیر از اعداد گویا، عددی وجود ندارد.
 (د) هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر متعارفی علامت‌دار نوشت.

(کنکور)

۱۱۱. چند عدد گویا وجود دارد که با معکوسش برابر است؟

- (الف) چنین عددی وجود ندارد.
 (ب) یکی
 (ج) ۲ تا
 (د) بی‌شمار

«مقایسه‌ی اعداد گویا»

(المپیاد ریاضی)

۱۱۲. کدام یک از کسرهای زیر با کسرهای دیگر برابر نیست؟

- (الف) $\frac{24}{36}$ (ب) $\frac{44}{66}$ (ج) $\frac{34}{51}$ (د) $\frac{28}{42}$ (ه) $\frac{47}{72}$

(مسابقات جهانی ریاضی)

۱۱۳. کدام یک از کسرهای زیر از همه بزرگ‌تر است؟

- (الف) $\frac{7}{8}$ (ب) $\frac{66}{77}$ (ج) $\frac{555}{666}$ (د) $\frac{4444}{5555}$ (ه) $\frac{33333}{44444}$

(مسابقات ریاضی)

۱۱۴. کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

- (الف) $\frac{101}{102}$ (ب) $\frac{1001}{1002}$ (ج) $\frac{10001}{10002}$ (د) $\frac{100001}{100002}$

(المپیاد ریاضی)

۱۱۵. اگر $x = \frac{17}{y}$ باشد، آن‌گاه:

- (الف) $\frac{17}{9} < x < \frac{17}{8}$
 (ب) $\frac{7}{17} < x < \frac{14}{17}$
 (ج) $\frac{18}{8} < x < \frac{16}{6}$
 (د) $\frac{34}{14} < x < \frac{60}{15}$
 (ه) $0 < x < \frac{35}{15}$

(کنکور)

۱۱۶. عدد گویای مساوی با $\frac{0}{18}$ کدام است؟

- (الف) $\frac{197}{1100}$ (ب) $\frac{198}{1100}$ (ج) $\frac{199}{1100}$ (د) $\frac{200}{1100}$

(المپیاد ریاضی)

۱۱۷. عدد به یک فاصله از دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ برابر است با:

- (الف) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{4}{15}$ (د) $\frac{8}{31}$ (ه) $\frac{9}{35}$

